

适于半导体器件模拟的改进 Gummel 算法*

曹俊诚 郑 茫 魏同立

(东南大学微电子中心 南京 210018)

樊继山

(苏州大学数学系)

摘要 本文采用 Slotboom 变量把半导体器件模型归一化为奇异摄动问题。然后对该模型提出一种适于 m 维 ($1 \leq m \leq 3$) 数值计算的 Gummel 算法, 当外加偏压或器件测度(二维时如有效沟道长度, 三维时如器件的有效体积等)足够小时, 该算法是收敛的。数值例子表明, 改进的 Gummel 算法编程方便, 收敛速度快。

EEACC: 2560B,0290

1 引言

自 Gummel^[1] 给出晶体管模型数值计算的自洽迭代方法以来, 在不同条件下 Gummel 算法的收敛性及收敛速度等问题已得到相当广泛的研究^[2-4]。在中、低掺杂或小电流情况下, 由于基本半导体方程之间耦合较弱, Gummel 算法的收敛性能得到很好的满足, 缺点是收敛速度是线性的, C. Ringhofer^[4] 采用了近似方法提高收敛速度。本文在迭代求解模型方程时, 定义了一个改进的 Gummel 映射, 并考虑了初值条件, 从 Schauder 不动点原理出发, 可以证明当外加偏压或器件测度足够小时改进的 Gummel 映射存在唯一的不动点, 因而所提出的迭代算法是收敛的。在迭代过程中, 将摄动参数 $\lambda \rightarrow 0$, 收敛速度将大大加快。对于正偏情形, 摄动问题的解可近似作为原问题的解^[5]。另外, 根据偏微分方程的理论能预先知道模型解具有较好的光滑性, 所以采用相对粗糙的网格划分, 能得到相对精确的数值解。最后给出一个数值例子。

2 改进的 Gummel 映射及主要结果

采用 Slotboom 变量 $u = ne^{-\psi}$, $v = pe^{\psi}$, 归一化的半导体器件稳态模型为

$$(a) \begin{cases} -\lambda^2 \nabla^2 \Psi + n - p - N = 0 \\ \Psi|_{\Gamma_i} = \bar{\Psi}_i, \nabla \Psi \cdot \nu|_{\Gamma_N} = 0 \end{cases}$$

* 国家自然科学基金资助项目

1992年12月3日收到初稿, 1993年3月16日收到修改稿

$$(b) \begin{cases} -\nabla(e^{\psi}\nabla u) = 0 \\ u|_{\Gamma_i} = \bar{u}, \nabla u \cdot \nu|_{\Gamma_N} = 0 \end{cases} \quad \Omega \subset R^m (1 \leq m \leq 3) \quad (1)$$

$$(c) \begin{cases} -\nabla(e^{-\psi}\nabla v) = 0 \\ v|_{\Gamma_i} = \bar{v}, \nabla v \cdot \nu|_{\Gamma_N} = 0 \end{cases}$$

其中无量纲化参数 $\lambda^2 = \varepsilon U_T / q \bar{N} L^2$ 是小正数, $\Gamma_i (i = 1, 2)$ 代表两个欧姆接触, $\Gamma_N = \partial\Omega \setminus (\Gamma_1 \cup \Gamma_2)$ 记欧姆接触以外的边界, ν 为 Γ_N 的单位外法向量. 当讨论的器件以硅为衬底, $L = 2.5 \times 10^{-3} \text{cm}$, $N = 10^{17} \text{cm}^{-3}$, $T = 300 \text{K}$ 时, $\lambda^2 \sim 10^{-6}$. 又因 λ^2 是方程最高阶导数项的系数, 所以(1)是以 λ^2 为摄动参数的奇异摄动问题^[6].

根据以下步骤定义(1)的 Gummel 解映射:

(S1). 给出 $(n, p) \in K$, K 为凸闭集

$$K = \{(f, g) \in H^1 \times H^1 : 0 \leq f \leq \chi, 0 \leq g \leq \chi\}$$

其中 H^1 按通常意义定义为:

$$H^1(\Omega) = \{f : f, Df \in L^2(\Omega)\}$$

χ 为下列一元二次方程的正根:

$$\chi^2 - \chi - \bar{u}_2 \bar{v}_1 = 0;$$

\bar{u}_2, \bar{v}_1 为(1)中的初值;

(S2). 对给出的 $(n, p) \in K$, 通过解(1)(a) 获得 Ψ , 将所得 Ψ 代入(1)(b)、(c) 求得 u, v ;

(S3). 根据求出的 Ψ, u, v , 获得

$$n^* = \min(\chi, e^{\Psi} u)$$

$$p^* = \min(\chi, e^{-\Psi} v)$$

然后定义 Gummel 映射 T :

$$(n, p) \in K \rightarrow (n^*, p^*)$$

即给定 (n, p) , 不断通过步骤 (S1)–(S3) 获得新的 (n, p) , 直至合乎误差要求.

在 K 中定义 L^2 度量, 则有下列主要结论:

(C1). T 是连续的紧映射, 且映凸闭集 K 到自身;

(C2). T 是压缩映射;

(C3). (1) 存在解 $(\Psi, n, p) \in (H^1 \cap L^\infty)^3$, 且存在常数 γ, δ , 使得

$$\gamma \leq \Psi \leq \delta, 0 \leq n, p \leq \chi.$$

其中

$$\gamma = \min \left\{ \inf(\bar{\Psi}_1, \bar{\Psi}_2), \ln \left[\frac{\inf N}{2\bar{u}_2} + \sqrt{\left[\frac{\inf N}{2\bar{u}_2} \right]^2 + \bar{v}_2 / \bar{u}_2} \right] \right\}$$

$$\delta = \max \left\{ \sup(\bar{\Psi}_1, \bar{\Psi}_2), \ln \left[\frac{\sup N}{2\bar{u}_1} + \sqrt{\left[\frac{\sup N}{2\bar{u}_1} \right]^2 + \bar{v}_1 / \bar{u}_1} \right] \right\}$$

(C4). $\nabla \Psi, \nabla u, \nabla v \in L^s(\Omega) (1 < s < 4)$, 进一步 $\nabla n, \nabla p \in L^s(\Omega)$;

(C5). 当外加偏压或器件测度 $|\Omega|$ 足够小时 T 存在唯一的不动点 $(n_0, p_0) \in K$, 也就是说改进的 Gummel 算法是收敛的.

结论 (C5) 由 (C1)、(C2) 根据 Schauder 不动点原理直接得到, (C5) 保证按步

骤 (S1)–(S3) 的迭代算法是收敛的, (C4) 指出模型解具有较好的光滑性。数值例子表明改进的 Gummel 算法收敛速度快。

3 计算实例

以一维 npn 晶体管为例。掺杂浓度分布如图 1, $V_{BE} = 0.5V, T = 300K$, 计算得到

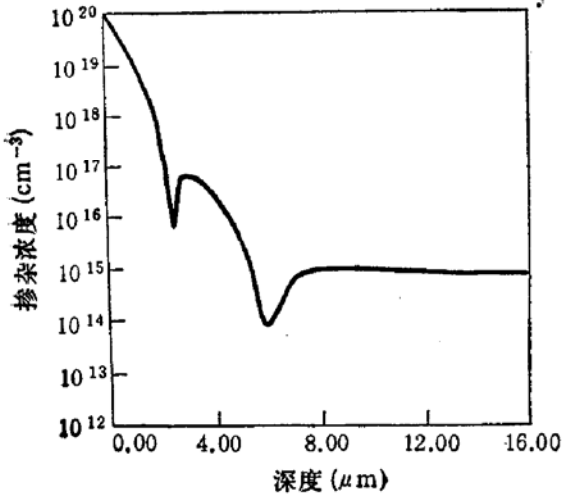


图 1 掺杂浓度分布

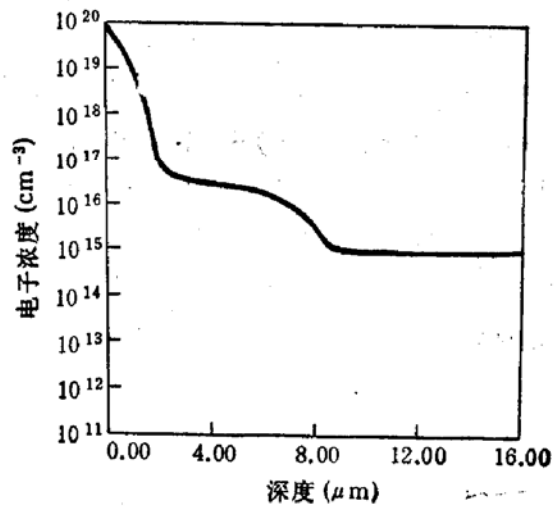


图 2 电子浓度分布

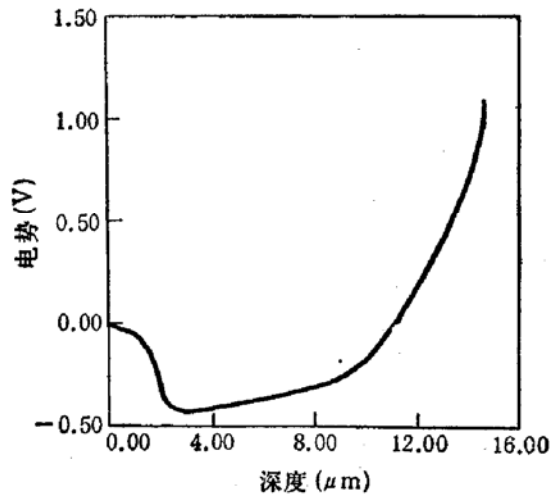


图 3 电势分布

表 1 不同偏压下迭代次数比较

$V(v)$	Gummel 方法	改进 Gummel 方法
0	7 次	7 次
0.1	7	7
0.3	8	8
0.5	14	10
0.7	19	12
0.8	23	14

电子浓度如图 2, 图 3 所示为电势分布。表 1 为不同偏压下 Gummel 方法与新方法迭代次数比较。

参 考 文 献

- [1] H.K. Gummel, IEEE Trans. Electron Devices, 1964, ED-11:455.
- [2] M.S. Mock, Comm. Pure Appl. Math, 1972, 25:781.
- [3] J.W. Jerome, IEEE Trans. Electron Devices, 1985, ED-32: 2045.
- [4] C. Ringhofer, IEEE Trans. Comput.-Aided Des. Integr. Circuit Syst., 1988, 7: 251.
- [5] P.A. Markowich, SIAM J. Appl. Math., 1984, 44: 896.
- [6] 曹俊诚等, 固体电子学研究与发展, 1993, 1.

A Modified Gummel Algorithm for Semiconductor Device Simulation

Cao Juncheng, Zheng Jiang and Wei Tongli
(Microelectronics Center, Southeast University, Nanjing 210018)

Fan Jishan
(Dep. of Mathematics, Suzhou University)

Abstract This paper presents a singular perturbation model for semiconductor device equation in Slotboom variable. A modified Gummel map T is proposed for this model considering m -dimensional numerical computational reasons. For sufficiently small variation of biased potential or small measure of device body, the convergence of modified Gummel method is proved. A numerical example indicates that the new method converges faster than Gummel's one.

EEACC: 2560B,0290